

Über einen neuen Massenspektrographen.

Von **J. Mattau**ch und **R. Herzog** in Wien.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 23. Mai 1934.)

Es wird ein Massenspektrograph vorgeschlagen, der sowohl Geschwindigkeits- wie Richtungsfokussierung liefert. Er besteht aus einer Kombination zweier elektronenoptischer Zylinderlinsen (elektrisches Radialfeld und homogenes Magnetfeld), die wie ein achromatisches Objektiv den die Strahlen begrenzenden Schlitz auch für verschiedene Strahlgeschwindigkeiten auf einer Stelle der photographischen Platte scharf abbildet. Im Gegensatz hierzu wäre der Aston'sche Massenspektrograph ein achromatischer Prismensatz, der keinerlei Abbildung im optischen Sinne liefert. Außer der Erhöhung der Schärfe und Intensität der Bilder weist die hier vorgeschlagene Anordnung noch eine Reihe weiterer Vorteile auf.

Einleitung. Die allgemeinste Methode der Kanalstrahlanalyse ist die Parabelmethode, da sie gleichzeitig eine Analyse nach Masse *und* Geschwindigkeit der Teilchen liefert. Wenn es sich aber nur um die Genauigkeit der Massenmessung (Bestimmung der Massendefekte bei Isotopen) handelt, stellen sich der Parabelmethode ernste Schwierigkeiten entgegen. Eine Erhöhung der Genauigkeit und des Auflösungsvermögens ist nur durch Verringerung der Lochblende und damit durch starke Erhöhung der Primärintensität möglich. Auch dann noch ist eine genaue Ausmessung dadurch erschwert, daß infolge des „Halbschattens“ die Parabelspur keine scharfen Ränder besitzt. Aston und Dempster haben daher zwei verschiedene „Fokussierungs“-Methoden ausgearbeitet, die es ermöglichen, die Schwärzungsintensität zu steigern, ohne die Primärintensität zu erhöhen. Aston benutzt *nur* die *Prismen*-Wirkung der Ablenkfelder (elektrisches Radialfeld und homogenes Magnetfeld), um Geschwindigkeitsfokussierung zu erreichen, während Dempster *nur* die *Lin*sen-Wirkung, und zwar eines Magnetfeldes nach 180° Ablenkung verwendet, um Richtungsfokussierung zu erhalten. Aston muß daher Strahlen möglichst gleicher Richtung verwenden, was durch Ausblendung eines Strahlenbündels durch zwei enge Kollimatorschlitze zu erreichen gesucht wird; während bei der Dempster-Methode Strahlen möglichst gleicher Geschwindigkeit (oder Energie) benutzt werden müssen.

Problemstellung. Wie in Spezialfällen schon früher, ganz allgemein aber vor kurzem von dem einen von uns ¹⁾ gezeigt wurde, wirken ein elektrisches Radialfeld oder ein homogenes Magnetfeld stets wie eine Kom-

¹⁾ R. Herzog, ZS. f. Phys. **89**, 447, 1934.

bination aus einem Prisma und einer Zylinderlinse. Wenn wir also einen Kanalstrahl oder Elektronenstrahl, der Teilchen verschiedener Geschwindigkeiten enthält, mit einem Strahl weißen Lichtes vergleichen, muß es durch eine geeignete Kombination zweier solcher Linsen möglich sein, eine achromatische Abbildung des die Strahlen begrenzenden Schlitzes zu erhalten; wenigstens für eine bestimmte Masse der Strahlteilchen. Anders als ein Strahl weißen Lichtes enthält aber ein Kanalstrahl noch eine zweite unabhängige Veränderliche, nämlich die Masse der Strahlteilchen. In bezug auf diese soll ein Massenspektrograph gerade möglichst große Dispersion zeigen.

Es ist also zu untersuchen, ob es möglich ist, eine Anordnung anzugeben, bei der für alle Massen eines Kanalstrahles sowohl Geschwindigkeits- wie Richtungsfokussierung (achromatische Abbildung) stattfindet. Verglichen mit einer solchen Anordnung stellt die Astonsche ein unscharf eingestelltes Instrument dar, die zwar durch Verwendung zweier Prismen verschiedener Dispersion Achromasie, aber keine Abbildung erreicht, da die Linsenwirkung der Ablenkfelder vernachlässigt wird. Die Dempstersche Anordnung hingegen kann, da sie nur *eine* Linse verwendet, keine achromatische Abbildung, sondern nur eine solche für monochromatische Strahlen erreichen.

Eine Anordnung mit doppelter Fokussierung wurde für einen Spezialfall von Bartky und Dempster¹⁾ angegeben und von Bondy und Popper²⁾ für Ionenstrahlen und von Shaw³⁾ für Elektronenstrahlen realisiert. Sie stellt eine Erweiterung der ursprünglichen Dempster-Anordnung dar und kann noch in bezug auf die Lagen von Gegenstand- und Bildschlitz verallgemeinert werden, wie von dem einen von uns⁴⁾ gezeigt wurde. Die verschiedenen Massen eines Ionenstrahles müssen durch Variation der Felder nacheinander auf den Endschlitz gebracht werden. Die Anordnung ist jedoch nur für Anodenstrahlen verwendbar, da Kanalstrahlen aus einer Gasentladungsröhre zu große Geschwindigkeitsdispersion aufweisen und eine Begrenzung derselben, ähnlich wie bei der Astonschen Apparatur, hier nicht erfolgen kann.

Um diese Beschränkungen zu vermeiden, und um eine photographische Aufnahme des Massenspektrums zu ermöglichen, empfiehlt sich eine achromatische Abbildung durch zwei *hintereinander* gestellte Felder, die im folgenden untersucht werden soll.

¹⁾ W. Bartky u. A. J. Dempster, Phys. Rev. **33**, 1019, 1929. —

²⁾ H. Bondy u. K. Popper, Ann. d. Phys. **17**, 425, 1933. — ³⁾ A. E. Shaw, Phys. Rev. **44**, 1006, 1933. — ⁴⁾ R. Herzog, a. a. O.

Achromatische Abbildung durch Kanalstrahlen (Geschwindigkeits- und Richtungsfokussierung). Wir nehmen an, ein vom Schlitz S'_e (siehe Fig. 1) ausgehendes Strahlenbündel passiere zuerst ein radiales elektrisches Feld vom Öffnungswinkel Φ_e und mittleren Radius a_e . In der Distanz Δ nach dem Ende des elektrischen Feldes betrete das Bündel ein homogenes Magnetfeld unter dem Einfallswinkel ε' . Es wird im folgenden untersucht, wo das Bild des Schlitzes S'_e liegt und welche Polschuhbegrenzung das Magnetfeld besitzen muß, damit für alle Massen auch Geschwindigkeitsfokussierung

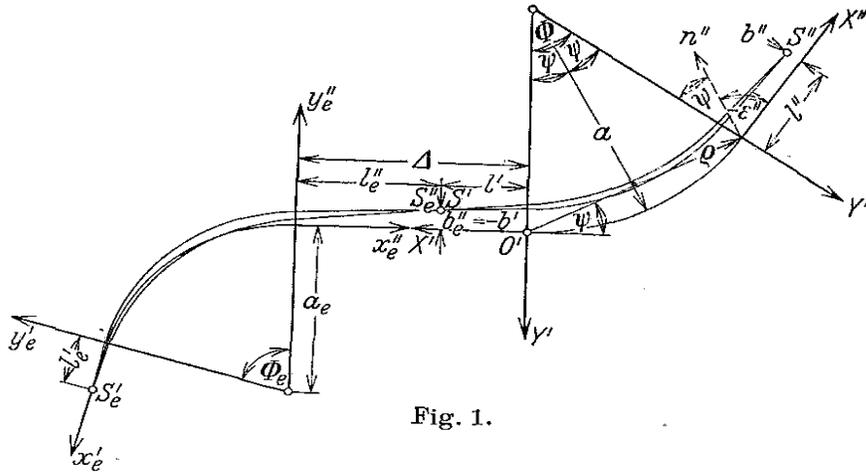


Fig. 1.

auftritt. Hierbei bedienen wir uns der Abbildungsgleichungen, die von dem einen von uns¹⁾ entwickelt wurden. [Die in eckige Klammern gesetzten Gleichungsnummern beziehen sich auf diese Arbeit.]

Die Lage und Bezeichnung der Koordinatenachsen ist aus der Fig. 1 zu entnehmen. Der Schlitz S'_e besitzt die Weite s , d. h. die Quellpunkte der Strahlen haben die Ordinaten $b'_e \leq \frac{1}{2} s$. Das elektrische Feld entwirft von S'_e das Bild S''_e , das selbst wieder das Objekt S' für die Abbildung durch das Magnetfeld ist. Dieses entwirft das Bild S'''_e , das auf der photographischen Platte liegen soll. Wie aus der Fig. 1 leicht ersichtlich ist, besteht zwischen den Koordinaten des Bildraumes des elektrischen Feldes und den Koordinaten des Objektraumes des magnetischen Feldes der einfache Zusammenhang:

$$l''_e = \Delta - l', \quad (1)$$

$$b''_e = -b'. \quad (2)$$

Die Lage der Bilder ergibt sich für das elektrische Feld aus

$$(l''_e - g_e) \cdot (l'_e - g_e) = f_e^2 \quad [31e]$$

¹⁾ R. Herzog, a. a. O.

und

$$b''_e = a_e \left(\beta + \frac{1}{2} \gamma \right) \left(1 + \frac{f_e}{(l'_e - g_e)} \right) - b'_e \frac{f_e}{l'_e - g_e} \quad [34e]$$

und für das magnetische Feld aus

$$(l' - g') \cdot (l'' - g'') = f^2 \quad [48]$$

und unter Berücksichtigung von [18m] aus

$$b' = b'' \frac{g' - l'}{f} + (\beta + \gamma) \{ a(1 - \cos \Phi) + l' [\sin \Phi + \tan \varepsilon' (1 - \cos \Phi)] \}. \quad [50']$$

Hierin bedeuten g die Abszissen der Brennpunkte und f die Brennweiten; β ist die verhältnismäßige Geschwindigkeitsabweichung und γ die verhältnismäßige Massenabweichung. Wir berechnen aus den obigen Gleichungen b'' als Funktion von b'_e ; hierzu setzen wir in (2) [34e] und [50'] ein und lösen nach b'' auf. Man erhält:

$$\begin{aligned} b'' = \frac{f}{g' - l'} \left\{ b'_e \frac{f_e}{l'_e - g_e} - \beta \left[a_e \left(1 + \frac{f_e}{l'_e - g_e} \right) + a(1 - \cos \Phi) \right. \right. \\ \left. \left. + l' [\sin \Phi + \tan \varepsilon' (1 - \cos \Phi)] \right] - \gamma \left[\frac{a_e}{2} \left(1 + \frac{f_e}{l'_e - g_e} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + a(1 - \cos \Phi) + l' [\sin \Phi + \tan \varepsilon' (1 - \cos \Phi)] \right] \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Zur Abkürzung führen wir

$$K = a_e \left(1 + \frac{f_e}{l'_e - g_e} \right) = a_e \left(1 + \frac{\Delta - l' - g_e}{f_e} \right) \quad (4)$$

(unter Berücksichtigung von [31e] und (1)) ein. Geschwindigkeitsfokussierung wird dann erreicht, wenn b'' von β unabhängig ist, also wenn der Koeffizient von β verschwindet. Wir erhalten also als Bedingung für Geschwindigkeitsfokussierung die Gleichung

$$K + a(1 - \cos \Phi) + l' [\sin \Phi + \tan \varepsilon' (1 - \cos \Phi)] = 0. \quad (5)$$

Setzt man dies in (3) ein, so erhält man

$$b'' = \frac{f}{g' - l'} \cdot \frac{f_e}{l'_e - g_e} b'_e + \gamma \cdot \frac{1}{2} K \frac{f}{g' - l'}. \quad (6)$$

Diese Gleichung ermöglicht uns die Berechnung der „reduzierten Auflösung“ d ; darunter verstehen wir das Verhältnis des Koeffizienten von γ zur Bildbreite. Für letztere erhält man aus (6) den Wert

$$2b'' = \frac{f}{g' - l'} \cdot \frac{f_e}{l'_e - g_e} \cdot s. \quad (7)$$

Setzt man für K den ersten Wert von Gleichung (4) ein, so erhält man

$$d = \frac{a_e}{2s} \left(1 + \frac{l'_e - g_e}{f_e} \right). \quad (8)$$

Man sieht, daß die Auflösung dann sehr groß wird, wenn $l'_e - g_e \gg f_e$ ist; in diesem Falle würde nämlich das elektrische Feld ein stark verkleinertes Bild S''_e entwerfen. Die obige Bedingung läßt sich jedoch experimentell nur schwer erfüllen, da sie erstens eine große Apparatlänge erfordern würde und zweitens, wie sich gleich zeigen wird, die Polschuhbegrenzung eine komplizierte Kurve ist. Man wird sich mit $l'_e = g_e$ begnügen müssen, welcher Spezialfall gesondert behandelt wird. Das bemerkenswerte Ergebnis von Gleichung (8) besteht darin, daß die reduzierte Auflösung von Δ , ε' , Φ und namentlich auch vom Bahnradius a im magnetischen Felde unabhängig ist. Sie ist umgekehrt proportional der Schlitzbreite und proportional dem mittleren Bahnradius im elektrischen Felde, der ebenfalls konstant ist. Insbesondere ist sie unabhängig von der Masse der Teilchen. Zwei Massen sind gerade noch trennbar, wenn

$$\gamma = \frac{\Delta m}{m} = \frac{1}{d} \quad \text{oder} \quad \Delta m = m \frac{2s}{a_e} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{l'_e - g_e}{f_e} \right)}. \quad (9)$$

Die gerade noch trennbare Massendifferenz ist also der Masse proportional und wird vor allem dann sehr klein, wenn $s \ll a_e$ ist.

Berechnung der Polschuhform. Die Geschwindigkeitsfokussierungsbedingung (5) liefert einen Zusammenhang zwischen dem Bahnradius a und dem Ablenkwinkel Φ der Strahlen im Magnetfelde. Im Falle von elektrometrischen Messungen mit festem Strahlenweg kann man aus (5) den erforderlichen Ablenkwinkel Φ berechnen.

Will man jedoch ein Massenspektrum photographisch aufnehmen, so muß die Bedingung (5) für alle Massen, also für beliebige a erfüllt sein, was eine bestimmte Polschuhform erfordert. Um diese untersuchen zu können, führen wir die Polarkoordinaten ϱ und ψ (siehe Fig. 1) ein durch die Gleichungen:

$$\varrho = 2 a \sin \psi; \quad (10)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \Phi. \quad (11)$$

Setzt man diese in (5) ein, so erhält man die Gleichung der Polschuhform in Polarkoordinaten:

$$\varrho = - \frac{K}{\sin \psi} - \frac{2l'}{\cos \varepsilon'} \cdot \cos (\psi - \varepsilon'). \quad (12)$$

Fig. 2 zeigt in einem Beispiel die punktweise Konstruktion dieser Kurve. $\overline{OC} = K/\sin \psi$, $\overline{OS'} = l'$ (in dem in der Fig. 2 angenommenen Falle negativ), $\overline{OM} = l'/\cos \varepsilon'$, $\overline{OA} = 2l' \cdot \cos(\psi - \varepsilon')/\cos \varepsilon'$. \overline{OA} ist daher eine Sehne in dem Kreise, dessen Mittelpunkt M ist und der durch O geht. Da l' negativ angenommen wurde, ist \overline{OA} negativ und $\rho = \overline{OB}$, wobei $\overline{AB} = \overline{OC}$ ist. Ein Stück der sich so ergebenden Schleifenkurve (allgemeinere Ophiuride) stellt die Polschuhbegrenzung dar. Außerdem ist in der Figur für einen beliebig angenommenen Radius die Kreisbahn im Magnetfeld eingezeichnet. Nach Durchlaufen des Ablenkwinkels Φ , der

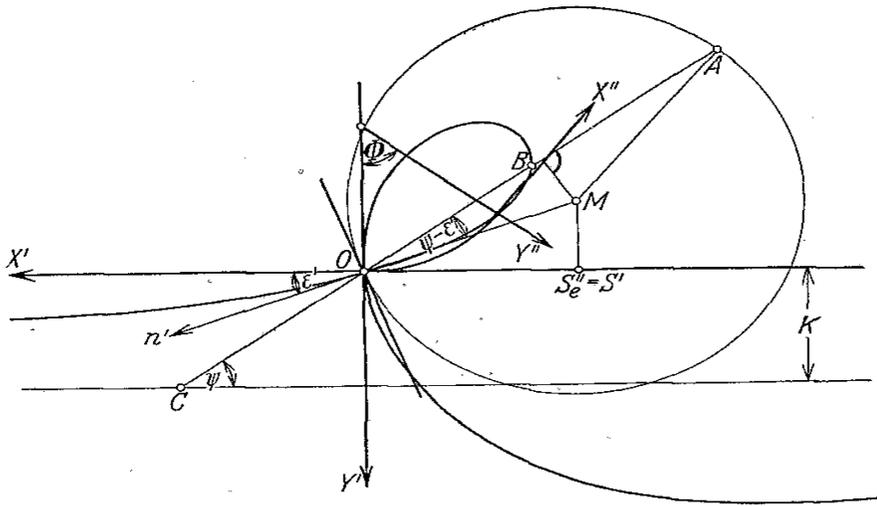


Fig. 2.

durch die Schnittpunkte der Kreisbahn mit der Polschuhbegrenzung gegeben ist, geht die Bahn in die Tangente X'' über, auf der das Bild S'' liegt.

Die Herstellung einer derartigen Polschuhform wäre recht umständlich und mühsam; es gibt jedoch verschiedene Spezialfälle, wo die Polschuhbegrenzung in eine Gerade ausartet. Es sei hier zunächst der naheliegende Fall $l' = 0$ erwähnt, dem jedoch keine praktische Bedeutung zukommt, da in diesem Falle das Bild S'' im Unendlichen liegt. Dies ergibt sich leicht aus den Gleichungen [45'] und [48]; denn in diesem Falle ist, wie eine einfache Konstruktion zeigt, $(\Phi - \varepsilon'') = \frac{\pi}{2}$. Die zweite Möglichkeit ist jedoch praktisch realisierbar und wird im folgenden besonders behandelt.

Spezialfall $l' = \text{unendlich}$. In diesem Falle muß in (5) der Koeffizient von l' verschwinden, wobei jedoch noch zu beachten ist, daß l' auch in K enthalten ist. Es lautet also in diesem Falle die Bedingung für Geschwindigkeitsfokussierung:

$$\frac{a_e}{f_e} = \sin \Phi + \tan \varepsilon' (1 - \cos \Phi). \tag{5_\infty}$$

Bemerkenswert an dieser Gleichung ist, daß in ihr a nicht mehr vorkommt, also Φ konstant ist. Die Polschuhbegrenzung wird daher auch in dieser Falle eine Gerade sein, die durch die Eintrittsstelle des Strahles geht und die Richtung $\psi = \frac{1}{2} \Phi$ besitzt. Der Austrittswinkel ergibt sich zu

$$\varepsilon'' = \frac{\Phi}{2} - \frac{\pi}{2}. \quad (13)$$

Es ist jetzt noch erforderlich, den geometrischen Ort der Bildpunkte S zu berechnen. Da für die Abbildung durch das Magnetfeld das Objekt im Unendlichen liegt, befindet sich das Bild im Brennpunkt. Dieser besitzt vom Feldende den Abstand

$$g'' = a \cdot \frac{\cos \varepsilon'' \cdot \cos (\Phi - \varepsilon')}{\sin (\Phi - \varepsilon' - \varepsilon'')} \quad [45']$$

Setzt man hierin noch den Wert von ε'' ein, so erhält man

$$g'' = a \cdot \frac{\sin \frac{\Phi}{2} \cos (\Phi - \varepsilon')}{\cos \left(\frac{\Phi}{2} - \varepsilon' \right)}$$

Da g'' proportional a ist, wird der geometrische Ort der Bildpunkte ebenfalls eine Gerade sein, die durch die Eintrittsstelle des Strahles in das Magnetfeld geht. Von besonderem Interesse ist der Fall $g'' = 0$, da dieser die kleinste Apparatur erfordert und vermeidet, daß die Strahlen beim Austritt das Streufeld passieren müssen. Ferner wird in diesem Falle die photographische Platte unter dem steilsten Winkel getroffen. Die Bedingung für $g'' = 0$ lautet:

$$\varepsilon' = \Phi \pm \frac{\pi}{2}, \quad (14)$$

praktisch kommt jedoch nur das untere Vorzeichen in Frage. Es vereinfacht sich dann die Fokussierungsbedingung (5_∞) zu

$$\frac{a_e}{f_e} = \tan \frac{\Phi}{2}.$$

Setzt man für f_e den Wert

$$f_e = \frac{a_e}{\sqrt{2} \sin (\sqrt{2} \Phi_e)} \quad [30 e]$$

ein, so erhält man schließlich

$$\tan \psi = \sqrt{2} \cdot \sin (\sqrt{2} \Phi_e). \quad (15)$$

Es ist jetzt noch zu berechnen, in welcher Distanz l'_e sich der Schlitz S'_e vor dem elektrischen Felde befinden muß. Damit das Bild im Unendlichen

liegt, muß der Schlitz im vorderen Brennpunkt sein, der von dem Felde die Distanz g_e besitzt; diese findet man zu

$$l'_e = g_e = \frac{a_e}{\sqrt{2}} \cdot \cot(\sqrt{2} \Phi_e). \quad [26 e]$$

Die Distanz Δ zwischen den Feldern ist gleichgültig und muß bloß so groß gewählt werden, daß das magnetische Streufeld an der Stelle des elektrischen Feldes vernachlässigbar ist.

Es seien noch zwei Spezialfälle hervorgehoben, deren experimentelle Ausführung besonderen Erfolg verspricht.

1. Senkrechter Eintritt der Strahlen in das Magnetfeld. $\varepsilon' = 0$; $\Phi = 90^\circ$; $\psi = 45^\circ$; $\Phi_e = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} = 31^\circ 50'$; $l'_e = \frac{a_e}{\sqrt{2}}$. Diese Werte wurden dem Spektrographen in Fig. 3 zugrunde gelegt. Es sind zwei Strahlen-

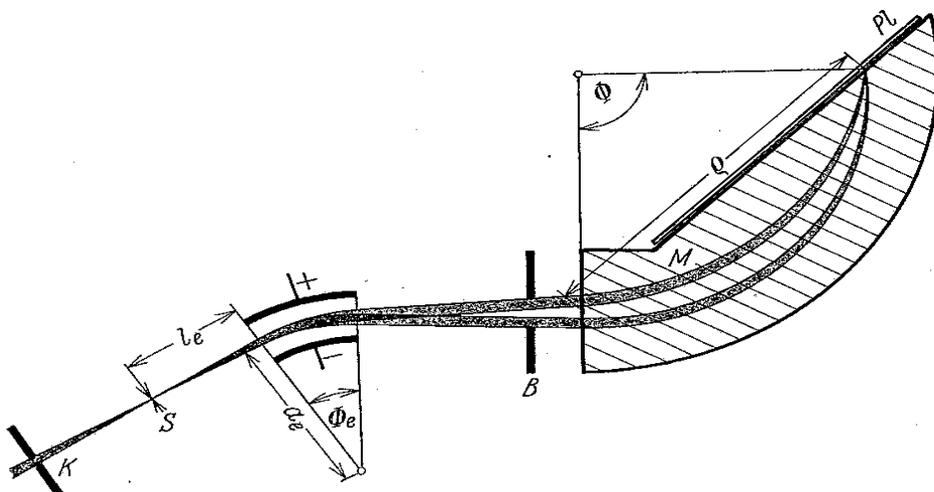


Fig. 3.

bündel verschiedener Geschwindigkeit schematisch eingezeichnet, die den Strahlengang deutlich machen.

2. Möglichst steiles Auftreffen der Strahlen auf die Platte. Wie aus Gleichung (15) ersichtlich ist, hat ψ seinen größten Wert für $\sqrt{2} \Phi_e = \frac{1}{2} \pi$; es ist dann $\Phi_e = 63^\circ 39'$; $\psi = 54^\circ 44'$; $\Phi = 109^\circ 28'$; $\varepsilon' = 19^\circ 28'$; $l'_e = 0$. Dieser Fall wird in Fig. 4 gezeigt.

Massenskale. Wählen wir als Bezugspunkt die Eintrittsstelle der Strahlen in das Magnetfeld und bezeichnen die Koordinate einer Linie mit $\varrho = 2a \sin \frac{\Phi}{2}$ [siehe Gleichung (10)], so wird ϱ proportional a , da Φ konstant ist. Bezeichnet man mit X die Spannung am radialen Felde

in Volt, mit r_1 und r_2 die Plattenradien und mit H die magnetische Feldstärke, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{c}{H} \cdot \sqrt{\frac{X}{e \cdot \ln \frac{r_1}{r_2}}} \cdot \sqrt{m}, \\ \text{oder} \\ m &= \frac{H^2}{c^2} \frac{e \cdot \ln \frac{r_1}{r_2}}{X} \frac{1}{4 \sin^2 \frac{\Phi}{2}} \cdot \varrho^2. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Die Masse ist also dem Quadrat des Abstandes proportional.

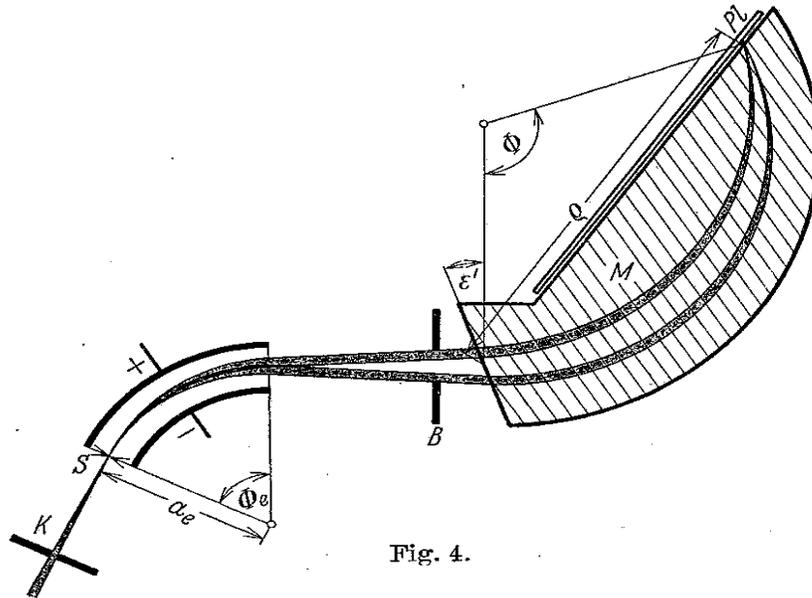


Fig. 4.

Es sei noch die Linienbreite berechnet. Diese erhält man am einfachsten auf folgende Weise: Aus Gleichung (16) folgt

$$\frac{\Delta m}{m} = 2 \frac{\Delta \varrho}{\varrho},$$

setzt man dies in Gleichung (9) ein, so erhält man für diesen Spezialfall ($l'_e = g_e$):

$$\frac{\Delta \varrho}{\varrho} = \frac{s}{a_e}.$$

Die Linienbreite nimmt also gegen den Rand der Platte proportional ϱ zu. Das verhältnismäßige Auflösungsvermögen $\frac{\Delta m}{m}$ bleibt jedoch nach Gleichung (9) konstant.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß sich in einer geeigneten Kombination eines elektrischen Radialfeldes und eines homogenen Magnetfeldes sowohl Geschwindigkeits- wie Richtungsfokussierung eines Bündels geladener Teilchen verschiedener Geschwindigkeiten (Kanalstrahlen) erreichen läßt. Die Bedingung für Geschwindigkeitsfokussierung für beliebige Massen der Strahlteilchen legt die Polschuhform des Magnetfeldes fest. Diese ist im allgemeinen bei beliebigem Ablenkwinkel im elektrischen Radialfeld eine komplizierte Schleifenkurve, die aber in gewissen Spezialfällen in eine Gerade ausartet. Da hierbei Strahlen verschiedener Masse auf verschiedenen Punkten fokussiert werden, stellt die Anordnung einen Massenspektrographen dar, der gegenüber dem Astonschen den Vorteil der zusätzlichen Richtungsfokussierung besitzt. Ähnlich wie Aston gegenüber der Parabelmethode Erhöhung der Intensität und Meßgenauigkeit durch Geschwindigkeitsfokussierung erreichte, sollte der hier vorgeschlagene Massenspektrograph durch die zusätzliche Richtungsfokussierung dieselben Vorteile noch einmal gegenüber dem Astonschen Apparat besitzen.

Außer der größeren Schärfe und Intensität der Bilder, die eine höhere Meßgenauigkeit zulassen, hat dieser Apparat noch weitere Vorteile: In den für die Ausführung vorgeschlagenen Spezialfällen ist sowohl der geometrische Ort der Brennpunkte wie die Polschuhbegrenzung des Magneten in Strenge eine Gerade. Das Auflösungsvermögen hängt nur vom Radius des Radialfeldes und der Schlitzbreite ab und ist bei gleichen Apparaturkonstanten wie bei Aston etwa zehnmal so groß. Die Massenskala ist im Gegensatz zu Aston einfach und leicht berechenbar; die Abstände der Linien vom Fixpunkt sind der Wurzel aus der Masse proportional. Das Auflösungsvermögen ist aber entlang der ganzen Platte und für alle Massen konstant. Ferner ist der Winkel, unter dem die Strahlen die photographische Platte treffen, für alle Massen konstant und bedeutend größer als bei Aston. Da aber der Ablenkwinkel im Magnetfelde nur etwa die Hälfte des von Dempster oder Bainbridge benutzten Winkels von 180° beträgt, ist das erforderliche Magnetfeld entsprechend kleiner.

Der österreichisch-deutschen Wissenschaftshilfe sei für die Verleihung eines Forschungsstipendiums an den einen von uns (R. Herzog) hier wärmstens gedankt.

Wien, I. Physikalisches Institut der Universität.